

توسعه یک قانون هدایتی نوین برای سیستمهای پرتاب ماهواره

سید حسین پورتاکدوست^۱، نیما اسدیان^۲، امیر لبیبیان^۳، فرشاد پازوکی^۴ و فاطمه خاکی مقدم^۵
۴۳۰۲۰۱- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، گروه مهندسی هوافضا
۱- دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا

چکیده

توسعه برنامه‌های هدایتی مناسب برای بکارگیری مسیرهای بالستیک حائز اهمیت بوده و از طریق برنامه‌های گوناگون قابل دستیابی است. بر مبنای ویژگی‌های برنامه‌های در خط و غیر در خط، این روش‌ها را می‌توان در کلان به دو گروه تقسیم نمود. استراتژی‌های هدایتی پیش تنظیم و حلقه باز بهینه در زمره روش‌های غیر در خط قرار دارند. علیرغم بیان نسبتاً ساده و یا سهولت بکارگیری در کامپیوتر پرواز در صفحه، این روش‌ها نسبت به اغتشاشات محیط کاری واقعی حساس می‌باشند. بنابراین، توسعه برنامه‌های هدایتی در خط که دارای دقت قابل قبولی باشند، بویژه برای موتورهای سوخت جامد که امکان استفاده از مکانیزم قطع را ندارند، حائز اهمیت است. در این بررسی، ایده تعقیب سرعت لازم (RVT) به عنوان یک موضوع کلیدی در محاسبه فرامین هدایتی برای وسایل پرتابی مورد توجه قرار می‌گیرد. ایده اصلی روش RVT بر مبنای نگهداری سرعت لازم (RV) در شرایطی است که برای نخستین بار در فاز پروازی پرتاب یا صعود یک وسیله بالستیک تحقق می‌یابد. نتایج حاصل از روش RVT نشان دهنده فرامین هدایتی بزرگ در زمان خاموشی نهایی موتور است. رویکرد تعقیب سرعت لازم اصلاح شده (MRVT) با بکارگیری یک روش مهندسی ساده برای تخمین سرعت لازم در زمان خاموشی نهایی، موجب ایجاد فرامین هدایتی مناسبتر می‌گردد. مقایسه نتایج حاصل از دو روش بهبود قابل توجهی را در فرامین کنترلی تولید شده نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: هدایت، هدایت در خط، روش تعقیب سرعت لازم، روش اصلاح شده تعقیب سرعت لازم، موتورهای سوخت جامد

Development of an Innovative Guidance Law for Launching Systems

S. H. Pourtakdoust¹, N. Assadian², A. Labibian¹, F. Pazooki¹ and F. Khaki Moghadam¹

1- Mechanical and Aerospace Engineering Dept, Science and Research Branch, Islamic Azad Univ.

2- Aerospace Engineering Dept., Sharif Univ. of Tech.

ABSTRACT

Development of appropriate guidance schemes for utilization of ballistic trajectories is of great importance and could be achieved using various schemes. These schemes can be collectively categorized in two groups in accordance with their off-line or on-line characteristics. Preset and optimal open loop guidance strategies are among the off-line methodologies. Despite the relative simplicity in their determination or the fact that they could be more easily implemented in the onboard guidance computer, they are often sensitive with respect to the perturbations in any actual operating environment. Therefore, development of active on-line guidance schemes is vital for acceptable level of accuracies, especially for solid fuel rocket engines with no cut-off mechanism. In this research, the idea of required velocity tracking (RVT) is taken as a key item in determination of guidance commands for launching vehicles. The main idea behind RVT is based on keeping the required velocity (RV), once it is initially reached during the launching or ascent flight of a ballistic vehicle. Simulation results of RVT have revealed increasing guidance commands as the engines finally are burning out. The modified required velocity tracking (MRVT) approach allows more smooth guidance commands by estimation of RV at the final burning time through a simple engineering method. Results of the two schemes show significant improvements in the generated commands.

Key Words: Guidance, On-line Guidance, Required Velocity Tracking, Modified Required Velocity Tracking, Solid Rocket Engines

^۱استاد

^۲استادیار

^۳کارشناس ارشد

^۴استادیار

^۵ دانشجوی کارشناسی ارشد (نویسنده پاسخگو): mahsa_khakimoghadam@yahoo.com

۱- مقدمه

سیستم های ضد موشک با پروفیل های سرعت و ویژگی های پسای اختیاری گسترش داد. با استفاده از یک حل تحلیلی، نحوه تغییر بهره های هدایتی براساس مقادیر پارامترها قابل مشاهده است. از آنجائیکه قوانین هدایت بهینه از پروفیل سرعت موشک در آینده بهره می گیرند، نکته اساسی چگونگی بکار گیری این قوانین است. برای کاهش عدم دقت در پروفیل سرعت تخمین زده شده که موجب افزایش فرمان هدایتی در مرحله انتهایی کار می شود، استفاده از الگوهایی برای بروز رسانی پروفیل سرعت مفید خواهد بود [۳].

هدایت دو فازی بر مبنای بیان اسپیلاین مکعبی^۲ پروفیل ارتفاع- سرعت با استفاده از قید فشار دینامیکی و محموله به عنوان تابع هزینه برای مأموریت یک مرحله ای در مدار پائین زمین^۳ قابل بکارگیری است. در این حالت، پارامترهای اسپیلاین مکعبی بهینه توسط الگوریتم ژنتیک بصورت غیر در خط مشخص می شوند و طی فاز اولیه بصورت در خط مجدداً بر مبنای روش جستجوی گرادیانی بهینه می گردند. در فازهایی، یک الگوی هدایتی اختلالی بر مبنای تئوری تنظیم کننده مربع خطی^۴ و ساماندهی بهره^۵ تلفیق شده تا وسیله در نزدیکی مسیر اسپیلاین مکعبی بهینه قرار گیرد [۴].

مشکل اساسی در این روش ها، عدم امکان تصحیح فرآیند هدایت در اثر عوامل اختلالی همچون آیرودینامیک و تراست می باشد. برای این منظور، ایده استفاده از روش های هدایتی در خط مطرح می شود که با محاسبه سرعت و موقعیت وسیله در هر لحظه، امکان تصحیح در فرآیند هدایت را فراهم می آورند. از جمله این روش ها، روش سرعت لازمه است. سرعت لازمه بردار سرعتی است که اگر وسیله در لحظه مورد نظر و در موقعیت مورد نظر با آن سرعت پرتاب شود، به هدف خود بر روی زمین (سطح) برخورد می کند.

از نقطه نظر امکان خاموشی موتور وسایل پرتابی در هر لحظه از پرواز، برنامه های هدایتی را می توان به دو گروه با امکان

روش های هدایتی را در کلان میتوان به دو گروه غیر در خط و در خط تقسیم بندی کرد. روش های غیر در خط دارای تنوع بسیار هستند که از مهمترین آن ها می توان به روش های هدایتی پیش تنظیم و حلقه باز بهینه اشاره کرد.

قانون هدایت بهینه برای معادلات خطی شده یک موشک هوا به زمین قابل بکارگیری است. این قانون براساس اطلاعات یک صفحه اینرسی و یک جستجوگر قابل اعمال خواهد بود. میانگین مربع فاصله از دست دهی بر مبنای قوانین هدایتی بهینه، تعقیب و تناسبی قابل مقایسه است. این مقایسه بر مبنای موقعیت اولیه، خطاهای سرعت، گستره ای از تغییرات پارامتری و مسیرهای نامی در فاز نهایی استوار است. میانگین مربع فاصله از دست دهی در هر مورد از حل های کامپیوتری معادله ریکاتی ماتریسی برای ماتریس کواریانس بردار حالت معادلات خطی شده موشک بدست می آید [۱].

استفاده از طرحی ترکیبی برای قانون هدایت در فاز میانی و نهایی موشک ها برای دستیابی به عملکردی مناسب قابل توجه است. برای این منظور می توان از یک حل تحلیلی برای قانون هدایت حلقه بسته غیر خطی بهینه در پرواز سه بعدی در مسیرهای میانی و نهایی بهره گرفت. این ترکیب موجب بهبود سریع مسیر موشک در هدایت میانی در صورت تغییر جهت هدف می گردد. این الگوریتم هدایتی، هم در مختصات اینرسی و هم در مختصات جستجوگر بصورت حلقه بسته خواهد بود و به سادگی قابل بکارگیری در صفحه^۱ است، ضمن اینکه بطور مؤثری در عملیات در خط قابل استفاده می باشد [۲].

تلاش های کنترلی که سعی در کمینه کردن قوانین هدایتی دارند، برای موشک هایی با سرعت های متفاوت قابل دستیابی است. تابع وزنی می تواند دانسیته هوا و سرعت باشد که به وسیله اعداد حقیقی مثبت پارامتریز می شوند. برحسب اینکه کدام پارامتر مورد استفاده واقع شود، مسئله هدایت بهینه به مسئله کمینه کردن پسا برای موشک های فرو صوت یا مافوق صوت تبدیل می شود. این رویکرد را می توان به سادگی برای حل مسئله کمینه کردن پسا برای

² Cubic-Spline

³ Low-Earth-Orbit

⁴ Linear Quadratic Regulator

⁵ Gain Scheduling

¹ Onboard

تعقیب سرعت لازمه، بروز فرامین ناگهانی در زمان‌های انتهایی می‌باشد که دارای ملاحظات سازه‌ای و کنترلی می‌باشد. اما با استفاده از روش اصلاح شده تعقیب سرعت لازمه این رفتار تعدیل می‌گردد.

۲- عادات پایه حرکت

برای بیان معادلات از دستگاه مختصات اینرسی I که با چرخش زمین ثابت است و دستگاه مختصات بدنی B بهره گرفته می‌شود. دستگاه بدنی چرخان بوده و مرکز آن بر مرکز جرم لحظه‌ای وسیله منطبق است. برای استخراج معادلات حرکت فرض می‌شود وسیله به صورت جسم صلب بوده و صفحات XY و XZ صفحات تقارن آن باشند.

۲-۱- پیاده‌سازی معادلات حرکت

با توجه به اینکه در حالت مورد بررسی فرض می‌شود وسیله مورد نظر در کانال رول تحت کنترل است و در دیگر کانال‌های گشتاور نیز فرامین تا قسمتی از حرکت بصورت پیش تنظیم بوده و پس از آن محاسبه می‌گردند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P = \dot{\phi} = 0 \\ Q = \dot{\theta} \\ R = \dot{\psi} \cos \theta \end{cases}, \quad (1)$$

که در آن P، Q و R بترتیب گشتاورهای رول، پیچ و یاب می‌باشند.

با نوشتن معادلات نیرو در دستگاه اینرسی داریم:

$$\begin{aligned} m\dot{U}_1 &= F_{AX} + F_{TX} + G_x, \\ m\dot{V}_1 &= F_{Ay} + F_{Ty} + G_y, \\ m\dot{W}_1 &= F_{Az} + F_{Tz} + G_z, \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن، U_1 ، V_1 و W_1 ، سرعت وسیله بترتیب در سه راستای طولی، عرضی و عمودی بوده و F_{AX} ، F_{TX} و G_x به ترتیب مؤلفه‌های نیروهای آیرودینامیک، تراست و گرانش در دستگاه اینرسی اند [۵ و ۶].

خاموشی اجباری موتور و بدون امکان خاموشی اجباری موتور تقسیم نمود. در موتورهای سوخت مایع با توجه به اینکه امکان خاموشی موتور در هر لحظه وجود دارد، در زمانی که سرعت موشک به سرعت لازمه برای برخورد به هدف می‌رسد، با خاموش کردن موتور و قطع نیروی تراست شرایط برای اصابت موفق فراهم خواهد شد. اما در موتورهای سوخت جامد امکان قطع نیروی تراست در هر لحظه وجود ندارد و زمانی نیروی تراست از بین خواهد رفت که سوخت تمام شده و موتور خاموش گردد. بنابراین در لحظه‌ای که سرعت وسیله به سرعت لازمه می‌رسد باید تدبیری اندیشیده شود که با حفظ اندازه سرعت، بتوان در مسیری قرار گرفت که فرمان لازم برای فرارگیری در آن مسیر محاسبه می‌گردد تا با سپری شدن زمان، هم موتور خاموش شود و نیروی تراست اضافی در لحظه سوئیچ از بین رفته باشد. ضمن اینکه سرعت وسیله برابر با مقدار سرعت لازمه باشد. طبیعی است برای فرارگیری در این شرایط نیازمند به فرمانی خواهیم بود که این شرایط را برآورده نماید.

ابزار بکارگیری روش‌های هدایتی، قوانین نیوتن و اصول ناوبری است. برای پیاده‌سازی معادلات حرکت، اثرات نیروها در دستگاه بدنی شامل تراست و آیرودینامیک در فضای سه بعدی در نظر گرفته می‌شود و سپس با انتقال توسط ماتریس دوران به فضای اینرسی برده می‌شود و اثرات نیروهای جاذبی در انتها به مجموعه حاصل افزوده می‌شود. با توجه به تغییرات مومنتم گازهای خروجی، اثری موسوم به نیروها و گشتاورهای میراکننده^۱ نیز قابل توجه است که به نیروهای موجود در دستگاه بدنی افزوده می‌شود.

با توجه به معادلات حرکت به شبیه‌سازی حرکت وسیله در فضای سه بعدی پرداخته می‌شود. مبنای فرامین در این معادلات تا یک زمان معین که به ملاحظات کاربردی مرتبط است، پیش تنظیم^۲ بوده و از این زمان به بعد بر مبنای معادلات به دست آمده در روش‌های هدایتی تعقیب سرعت لازمه و تعقیب سرعت لازمه اصلاح شده خواهد بود. نتایج حاصل از این روش‌های هدایتی به صورت فرامین زاویه‌ای و یا سرعت‌های زاویه‌ای قابل اعمال به سیستم کنترل خواهند بود. از موارد مهم در پیاده‌سازی روش هدایت

¹ Jet Damping

² Preset

$$\vec{G}(r) = \vec{i}G_x + \vec{j}G_y + \vec{k}G_z,$$

$$G_x = -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_E}{r} \right)^2 \left[1 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{x}{r},$$

$$G_y = -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_E}{r} \right)^2 \left[1 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{y}{r}, \quad (۸)$$

$$G_z = -\frac{\mu}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_E}{r} \right)^2 \left[3 - 5 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right] \right\} \frac{z}{r},$$

که در آن، μ پارامتر جاذبی، R_E شعاع زمین، J_2 اثر اختلاسی مرتبه دوم، r فاصله از مرکز زمین و x ، y و z مؤلفه‌های بردار فاصله در راستاهای سه‌گانه اند [۷].

به منظور عدم تکنیکی در معادلات و همچنین با توجه به اینکه مبنای شبیه سازی انجام شده برای بکارگیری در روش‌های هدایتی در خط سه بعدی خواهد بود، از روش کوآترینیون برای بیان ماتریس های دوران استفاده می‌شود و بر مبنای فرامین زاویه‌ای که در راستای y و z صادر می‌گردد، مؤلفه‌های کوآترینیون بروز رسانی می‌گردند [۸].

ماتریس دوران دستگاه بدنی به اینرسی را می‌توان با کمک روش کوآترینیون به فرم زیر نوشت [۹ و ۱۰]:

$$C_b^i = \begin{pmatrix} (a^2 + b^2 - c^2 - d^2) & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & (a^2 - b^2 + c^2 - d^2) & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & (a^2 - b^2 - c^2 + d^2) \end{pmatrix} \quad (۹)$$

المان های بردار کوآترینیون بر حسب زوایای اوپلر به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$(۱۰)$$

$$\begin{cases} a = \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ b = \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ c = \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ d = \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \end{cases},$$

و انتشار آنها از طریق روابط ذیل انجام می‌شود:

نیروهای آیرودینامیکی بر حسب عباراتی از ضرایب بی بعد، فشار دینامیکی پرواز و سطح مرجع قابل بیان هستند. لازم به ذکر است که ضرایب آیرودینامیکی C_x ، C_y و C_z تابعی از عدد ماخ، عدد رینولدز، زاویه حمله (α) و زاویه سرش جانبی (β) می‌باشند. با بیان نیروهای آیرودینامیکی در دستگاه بدنی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{Ax}^b = \bar{q} S_{ref} C_x, \\ F_{Ay}^b = \bar{q} S_{ref} C_y, \\ F_{Az}^b = \bar{q} S_{ref} C_z. \end{cases} \quad (۳)$$

زاویه حمله و زاویه سرش جانبی به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u}, \\ \beta = \tan^{-1} \frac{v}{u}. \end{cases} \quad (۴)$$

با توجه به روابط بالا، معادلات نیرو در دستگاه بدنی به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$F_x^b = \frac{1}{m} (\bar{q} S_{ref} C_x + Thrust),$$

$$F_y^b = \frac{1}{m} (\bar{q} S_{ref} c_y), \quad (۵)$$

$$F_z^b = \frac{1}{m} (\bar{q} S_{ref} C_z),$$

و

$$\vec{F}^b = [F_x^b \quad F_y^b \quad F_z^b]. \quad (۶)$$

برای بیان معادلات فوق در دستگاه اینرسی، باید بردار شتاب غیرجاذبی \vec{F}^b را در ماتریس دوران C_b^i ضرب نموده و با بردار جاذبه جرمی جمع نمائیم، بنابراین:

$$\vec{F}^I = C_b^i \vec{F}^b + \vec{G}(r), \quad (۷)$$

که در آن،

ولی در مسیر هدایت بدون خاموشی اجباری، وسیله در زمان بیشتری با موتور روشن حرکت کرده است و سرعت لحظه‌جدایش آن بیشتر از حالت قبل می‌باشد. ولی موقعیت و جهت بردار سرعت آن در لحظه خاموشی و یا جدایش موتور بگونه‌ای است که بازهم به همان هدف برخورد نموده است.

۳-۱- روش تعقیب سرعت لازمه

راه حلی که برای اجتناب از خاموشی اجباری موتور می‌توان بکار گرفت، آن است که پس از آنکه بردار سرعت وسیله با سرعت لازمه برابر شد، در هر لحظه بردار سرعت را برابر با سرعت لازمه نگه داشت. همانطور که در روش‌های هدایتی با امکان خاموشی اجباری موتور هدف آن است که وسیله به سمت شرایطی پیش برود که سرعت وسیله با سرعت لازمه برابر شود ($\vec{V}_g = \vec{V}_R - \vec{V}_m = 0$)؛ سپس در صورت امکان با خاموشی موتور وسیله را در شرایط مزبور رها کنند تا به هدف برخورد کند. حال اگر وسیله در شرایطی قرار بگیرد که $\vec{V}_g = 0$ و امکان خاموشی موتور وجود نداشته باشد، می‌توان وسیله را بنحوی هدایت نمود که $\vec{V}_g = 0$ باقی بماند و به عبارت دیگر سرعت در هر لحظه برابر سرعت لازمه باشد. بدین ترتیب هر زمان که موتور خاموش شود، سرعت برای برخورد به هدف مناسب می‌باشد. مزیت این روش آن است که حساسیت به خطاهایی را که در تراست موتور و یا زمان کارکرد آن وجود دارد، از بین می‌رود.

۳-۱-۱- تعیین سرعت لازمه

روش هدایتی مزبور نیازمند تعیین سرعت لازمه‌ای برای برخورد به هدف می‌باشد که اندازه آن برابر سرعت وسیله باشد. بنابراین، برخلاف روش لمبرت که از زمان کل پرواز برای انتخاب یک بردار سرعت لازمه از میان بینهایت بردار سرعت لازمه استفاده می‌نماید، در این روش از اندازه بردار سرعت استفاده می‌شود.

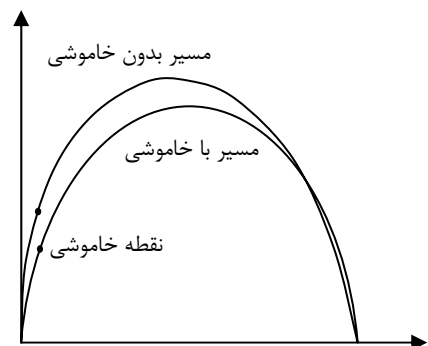
اگر جسمی در میدان جاذبه یک جرم فضایی بسیار ثقیل قرار گیرد و هیچ نیروی دیگری به آن وارد نشود، مسیر

$$\begin{cases} \dot{a} = -0.5(b\omega_x + c\omega_y + d\omega_z) \\ \dot{b} = 0.5(a\omega_x - d\omega_y + c\omega_z) \\ \dot{c} = 0.5(d\omega_x + a\omega_y - b\omega_z) \\ \dot{d} = -0.5(c\omega_x - b\omega_y - a\omega_z) \end{cases} \quad (11)$$

۳- هدایت بدون خاموشی اجباری

در روش‌های فعال در فاز قدرت، هدف رساندن وسیله به سمت شرایطی است که اگر با آن شرایط شروع به پرواز آزاد (بدون موتور) کند، در نهایت به هدف برخورد کند. بدین ترتیب، پس از رسیدن به شرایط مناسب برای پرواز آزاد، فرمان خاموشی و یا جدایش موتور صادر می‌گردد تا وسیله بتواند در ادامه مسیر به هدف برخورد کند. ولی در موتورهای سوخت جامد امکان خاموشی موتور به صورت متعارف وجود ندارد و باید از سیستم قطع تراست استفاده گردد. به عبارت دیگر، خاموشی موتور نیاز به تجهیزات نسبتاً پیچیده‌ای دارد که برخی از طراحان را به سمت طراحی سیستم هدایتی بدون نیاز به خاموشی اجباری موتور سوق می‌دهد.

در شکل ۱ دو مسیر با خاموشی اجباری و بدون خاموشی اجباری مقایسه شده‌اند. در مسیر هدایت با امکان خاموشی موتور، وسیله در مسیر بهینه حرکت کرده است و در جایی که سرعت آن با سرعت لازمه برابر شده است موتور آن جدا شده است.



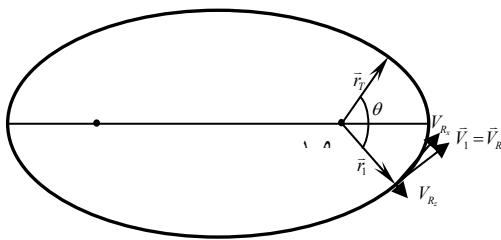
برد

شکل (۱): مقایسه مسیر حرکت در هدایت با خاموشی اجباری و بدون خاموشی اجباری موتور.

(۱۶)

$$V_{R_z} \sin \theta - \frac{\mu}{r_1 V_{R_z}} (1 - \cos \theta) - V_{R_z} \left(\cos \theta - \frac{r_1}{r_T} \right) = 0,$$

که در آن، θ زاویه بین دو بردار \vec{r}_1 و \vec{r}_T و به عبارت دیگر $f_T - f_1$ می باشد که به آن برد زاویه ای^۴ نیز می گویند. در شکل ۲، V_{R_z} و V_{R_x} به ترتیب مؤلفه های عمود و مماس بر بردار \vec{r}_1 (به ترتیب مماس و عمود بر افق محلی زمین) می باشند.



شکل (۲): مدار بیضی حرکت جسم پرنده حول زمین.

بردار سرعت لازمه را می توان از ترکیب رابطه (۱۶) و رابطه زیر برای پرواز در صفحه در میدان گرانش همگن زمین تعیین نمود:

$$V_{R_z}^2 + V_{R_x}^2 = |\vec{V}|^2 = v^2. \quad (17)$$

مقادیر V_{R_z} و V_{R_x} به ترتیب در امتداد بردار موقعیت اولیه از مرکز زمین (\vec{r}_1) و در امتداد عمود بر آن و در صفحه پرواز تعریف شده اند. با تعیین این دو پارامتر می توان بردار سرعت لازمه را در دستگاه اینرسی بدست آورد. ترکیب روابط بالا به صورت رابطه مرتبه ۴ زیر برای V_{R_z} قابل بیان می باشد:

(۱۸)

$$AV_{R_z}^2 + \frac{C}{V_{R_z}^2} + B = 0 \Rightarrow AV_{R_z}^4 + BV_{R_z}^2 + C = 0,$$

که در آن، ضرایب آن به صورت زیر خواهند بود:

حرکت آن یک مقطع مخروطی می باشد به طوری که [۱۱ و ۱۲]:

$$r = \frac{P}{1 + e \cos f}. \quad (12)$$

P پارامتر مقطع مخروطی^۱، e خروج از مرکز^۲ و f پارامتر زاویه^۳ مقطع مخروطی می باشند. مسیر پرواز برای اینکه وسیله به سمت زمین بازگردد، باید به صورت بخشی از یک بیضی باشد. پارامتر مقطع مخروطی P از رابطه زیر حاصل می شود [۱۳]:

$$P = \frac{h^2}{\mu}, \quad (13)$$

که در آن H اندازه بردار مومنتم زاویه ای دوران جسم حول مرکز زمین می باشد به طوریکه:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}, \quad (14)$$

بردار \vec{h} مشخص کننده هر مدار می باشد و برای هر مدار امتداد و مقدار آن تغییر نمی کند. با توجه به رابطه بالا که بردار \vec{h} بر هر دو بردار موقعیت \vec{r} و سرعت \vec{v} عمود می باشد، صفحه پرواز جسم در مدار مقطع مخروطی ثابت می باشد.

با توجه به روابط مطرح شده، اگر جسمی با موقعیت اولیه \vec{r}_1 و سرعت \vec{V}_1 در میدان جاذبه همگن رها شود، معادله مسیر آن به صورت زیر قابل بیان می باشد:

(۱۵)

$$\vec{r} = \left\{ 1 - \frac{r}{P} [1 - \cos(f - f_1)] \right\} \vec{r}_1 + \frac{r r_1}{\sqrt{\mu P}} \sin(f - f_1) \vec{V}_1.$$

برای اینکه بردار هدف \vec{r}_T در معادله بالا صدق کند، باید سرعت اولیه آن \vec{V}_1 ، برابر سرعت لازمه \vec{V}_R باشد. با ضرب داخلی معادله بالا در بردار \vec{r}_1 معادله زیر حاصل می شود:

¹ Semilatus Rectum

² Eccentricity

³ True Anomaly

⁴ Angular Range

بردار موقعیت اولیه وسیله و بردار موقعیت نهایی هدف به ترتیب با \vec{r}_1 و \vec{r}_T نشان داده می‌شوند.

بردارهای یکه در امتداد بردارهای \vec{r}_1 و \vec{r}_T به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}, \quad (25)$$

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{r}_T}{r_T}. \quad (26)$$

برای تعیین امتداد بردار V_{R_x} بردار یکه عمود بر صفحه پرواز \vec{u}_y به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\vec{u}_y = \frac{\vec{u}_1 \times \vec{u}_T}{\sin \theta}. \quad (27)$$

در نتیجه امتداد V_{R_x} برابر است با:

$$\vec{u}_x = \vec{u}_y \times \vec{u}_1. \quad (28)$$

بنابراین بردار سرعت لازمه به صورت ذیل خواهد بود:

$$\vec{V}_R = V_{R_x} \vec{u}_x + V_{R_z} \vec{u}_1. \quad (29)$$

بردار سرعت لازمه فوق در دستگاه اینرسی است و با ضرب آن در ماتریس دوران اینرسی به بدنی، بردار سرعت لازمه در دستگاه بدنی حاصل می‌شود:

$$\vec{V}_R^b = C_i^b \vec{V}_R^i. \quad (30)$$

زوایای θ و ψ لازمه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\theta_R = \tan^{-1} \left(\frac{V_{Rz}^b}{V_{Rx}^b} \right), \quad (31)$$

$$\psi_R = \tan^{-1} \left(\frac{V_{Ry}^b}{V_{Rx}^b} \right). \quad (32)$$

همچنین فرامین زاویه‌ای ω_y و ω_z از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$\omega_y = k_{pitch} \frac{\Delta \theta}{T_{go}}, \quad (33)$$

$$A = 1 - 2 \cos \theta \frac{r_0}{r_T} + \left(\frac{r_0}{r_T} \right)^2, \quad (19)$$

$$(20)$$

$$B = \frac{2\mu}{r_0} (1 - \cos \theta) \left(\cos \theta - \frac{r_0}{r_T} \right) - v^2 \sin^2 \theta,$$

$$C = \left[\frac{\mu}{r_0} (1 - \cos \theta) \right]^2. \quad (21)$$

جواب نهایی به فرم ساده زیر در می‌آید:

$$V_{R_x}^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (22)$$

در زمان‌های ابتدایی پرواز، مجموعه معادلات (۱۶) و (۱۷) جوابی ندارد و در این شرایط عبارت زیر رادیکال در رابطه (۲۲) منفی شده است:

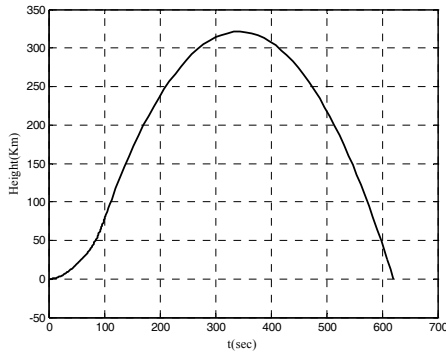
$$B^2 - 4AC < 0. \quad (23)$$

بدین ترتیب اگر معادله (۲۲) جواب حقیقی نداشته باشد، باید مینیمم فاصله سرعت v از V_R را تعیین نمود. در حقیقت، رابطه (۱۷) را می‌توان به فرم $\dot{h} = \sin \theta (V_R^2 - v^2) = 0$ بیان نمود که متغیر مستقل آن می‌باشد. بنابراین برای مینیمم فاصله اندازه سرعت و سرعت لازمه داریم:

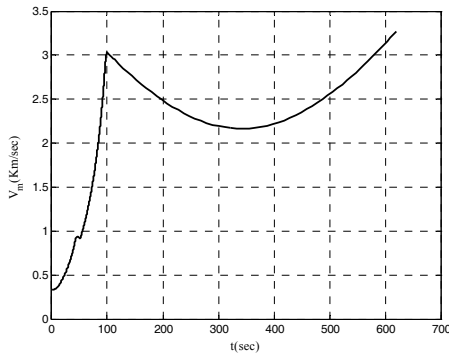
$$(24)$$

$$\frac{dh}{dV_{R_x}} = 0 \Rightarrow 2A V_{R_x} = \frac{2C}{V_{R_x}^3} \Rightarrow V_{R_x} = \left(\frac{C}{A} \right)^{1/4}.$$

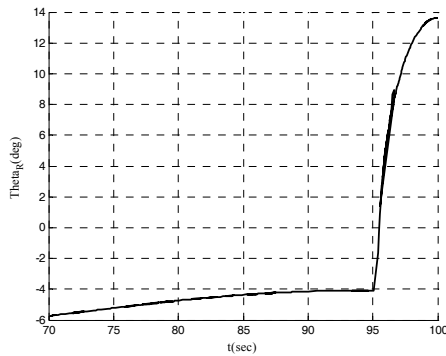
لازم به ذکر است که A و C هر دو مثبت هستند. ولی با سرعت‌گیری وسیله و نزدیک شدن به هدف، فاصله مقدار سرعت لازمه و سرعت وسیله کم می‌شود. اگر امکان خاموشی موتور وجود داشت، در اولین زمانی که سرعت وسیله به سرعت لازمه می‌رسید، با خاموشی و جدایش موتور شرایط لازم برای برخورد به هدف فراهم می‌شد. حال با داشتن اندازه سرعت لازمه، باید بردار سرعت لازمه را به دست آورد.



شکل (۵): ارتفاع وسیله از سطح زمین در روش RVT.



شکل (۶): سرعت وسیله بر حسب زمان در روش RVT.



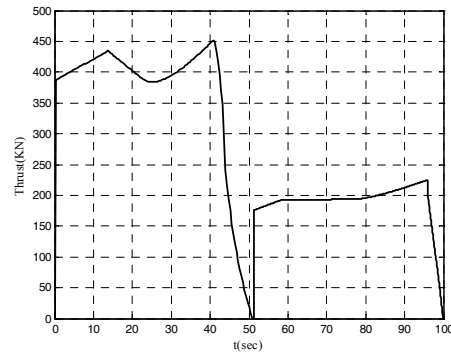
شکل (۷): زاویه فرمان بر حسب زمان در روش RVT.

$$\omega_z = k_{yaw} \frac{\Delta\psi}{T_{go}}, \quad (34)$$

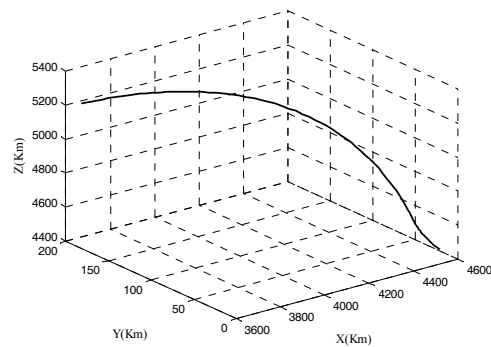
در روابط فوق، k_{pitch} و k_{yaw} مقادیری هستند که بر مبنای ملاحظات کاربردی تعیین می‌گردند و $T_{go} = t' - t$ است که در آن t زمان سوئیچ کردن از روش پیش تنظیم به روش هدایتی فعال و t' زمان جاری است.

$$\Delta\theta = \theta_R - \theta_m \text{ و } \Delta\psi = \psi_R - \psi_m \text{ خواهد بود.}$$

با فرض اینکه از ثانیه ۷۰ از هدایت پیش تنظیم به روش هدایتی تعقیب سرعت لازمه سوئیچ نمائیم و زمان خاموشی نهایی موتور در ثانیه ۱۰۰ قرار داشته باشد، نتایج حاصل از شبیه‌سازی این روش هدایتی در اشکال ۳ تا ۱۰ نمایش داده شده است.



شکل (۳): پروفیل تراست بر حسب زمان در روش RVT.



شکل (۴): موقعیت وسیله در فضای سه بعدی دستگاه اینرسی در روش RVT.

کمتر است، تغییرات کمی دارد ولی پس از آنکه سرعت به حداقل سرعت لازم رسید، این تغییرات قابل توجه خواهد بود. تغییر ناگهانی فرمان‌های زاویه‌ای موجب می‌شود که وسیله با زاویه‌ی حمله بزرگی مواجه شود. این فرامین ناگهانی در زاویه حمله و زاویه‌ی فراز نوسانات بسیار شدیدی ایجاد می‌کند. برای رفع این مشکل روش تعقیب سرعت لازم احتیاج به تغییراتی دارد.

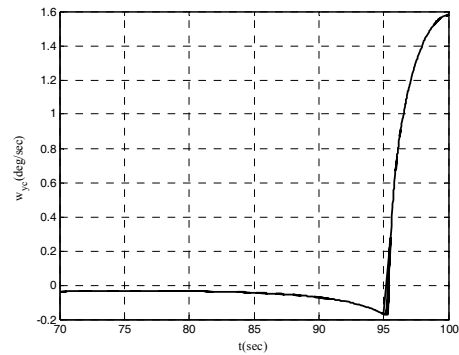
همان طور که بیان گردید، در روش تعقیب سرعت لازم فرمان‌های زاویه‌ای بر مبنای سرعت لحظه‌ای و سرعت لازم لحظه‌ای محاسبه و اعمال می‌گردد که در نتیجه تغییرات بسیار زیادی در فرامین در نزدیکی لحظه‌ی خاموشی دیده می‌شود. بر این اساس، روش تعقیب سرعت لازم تصحیح گشته و روش اصلاح شده تعقیب سرعت لازم ارائه می‌شود. در این روش، به جای اینکه فرامین زاویه‌ای بر مبنای سرعت لازم لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای اعمال گردد، با تخمین سرعت لازم برای زمان خاموشی، فرامین زاویه‌ای محاسبه می‌شود. در نتیجه از ابتدا زاویه خاموشی (جدایش) به عنوان فرمان استفاده می‌شود. این تصحیح در روش تعقیب سرعت لازم از تغییرات زیاد فرمان در انتهای فاز قدرت جلوگیری می‌کند.

مسئله اصلی در روش اصلاح شده تعقیب سرعت لازم تعیین و به عبارت دقیق‌تر، تخمین موقعیت و سرعت وسیله در لحظه جدایش می‌باشد. مشکل اینجاست که باید ارتباطی بین اطلاعات ناوبری وسیله در هر لحظه با سرعت و موقعیت آن در لحظه جدایش بدست آورد. سیستم ناوبری می‌تواند شتاب وارد به وسیله را بدست آورد. ولی با توجه به اینکه وسیله در هر لحظه مقداری از جرم خود را از دست می‌دهد، حتی اگر بتوان فرض کرد که نیروهای وارد به آن تا آخر مسیر ثابت می‌مانند، شتاب آن ثابت نمی‌باشد.

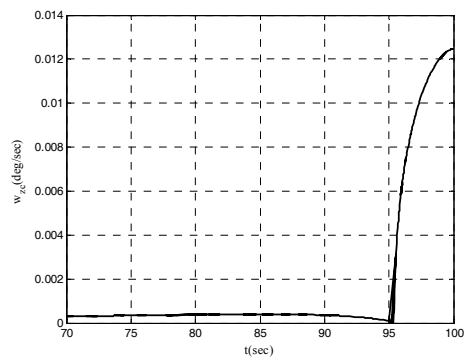
برای تغییرات جرمی از مدل ساده زیر استفاده می‌شود:

$$M_f = M_t - \dot{m}(t_f - t), \quad (35)$$

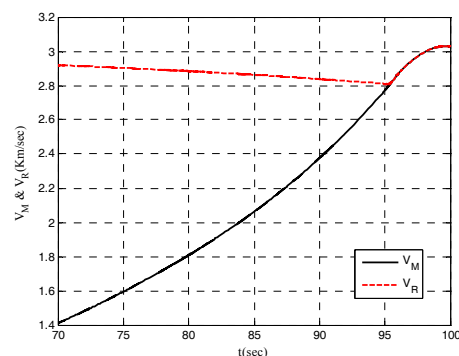
که در آن، M_t و M_f به ترتیب جرم زمان t_f (زمان خاموشی موتور) و t (زمان جاری) می‌باشند و \dot{m} دبی متوسط جرمی گازهای خروجی موتور می‌باشد. حال اگر شتاب در لحظه t برابر با \bar{a}_t باشد، با فرض ثابت ماندن



شکل (۸): فرمان سرعت زاویه‌ای در راستای Y بر حسب زمان در روش RVT.



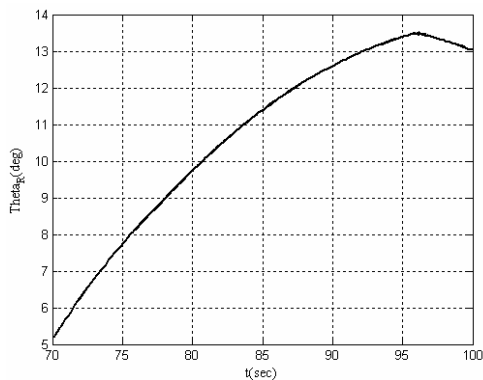
شکل (۹): فرمان سرعت زاویه‌ای در راستای Z بر حسب زمان در روش RVT.



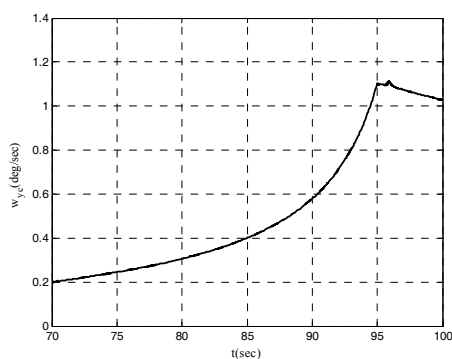
شکل (۱۰): سرعت وسیله و سرعت لازم بر حسب زمان در روش RVT.

۳-۲ روش تعقیب سرعت لازم اصلاح شده

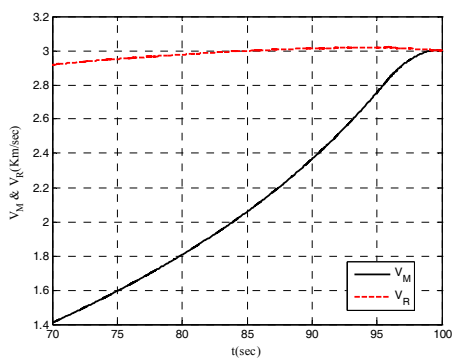
با پیاده سازی روش تعقیب سرعت لازم دیده می‌شود که فرامین زاویه‌ای تا زمانیکه سرعت از حداقل سرعت لازم



شکل (۱۲): زاویه فرمان بر حسب زمان در روش MRVT.



شکل (۱۳): فرمان سرعت زاویه‌ای در راستای γ بر حسب زمان در روش MRVT.



شکل (۱۴): سرعت وسیله و سرعت لازم بر حسب زمان در روش MRVT.

شکل ۱۵ بیان کننده تفاوت نتایج حاصل از دو روش هدایتی در قالب زاویه فرمان است:

نیروهای وارده تا انتهای مسیر می‌توان شتاب وارد به وسیله را در زمان t' از رابطه زیر تقریب زد:

$$\bar{a}(t') = \frac{M_t \bar{a}_t}{M_t - \dot{m}(t' - t)}, \quad t \leq t' \leq t_f. \quad (36)$$

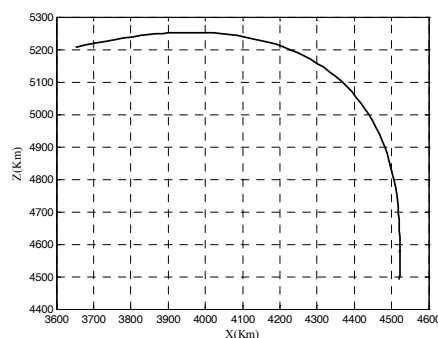
با انتگرال‌گیری از این رابطه در بازه $[t, t_f]$ می‌توان سرعت و موقعیت در لحظه جدایش t_f (به ترتیب \bar{V}_f و \bar{X}_f) را به صورت زیر تابعی از شرایط سرعت و موقعیت در زمان t (به ترتیب \bar{V}_t و \bar{X}_t) تخمین زد:

$$\bar{V}_f = \bar{V}_t + \frac{M_t \bar{a}_t}{\dot{m}} \ln \left(\frac{M_t}{M_f} \right), \quad (37)$$

$$(38)$$

$$\bar{X}_f = \bar{X}_t + \left(\bar{V}_t + \frac{M_t}{\dot{m}} \bar{a}_t \right) (t_f - t) - \frac{M_t M_f \bar{a}_t}{\dot{m}^2} \ln \left(\frac{M_t}{M_f} \right).$$

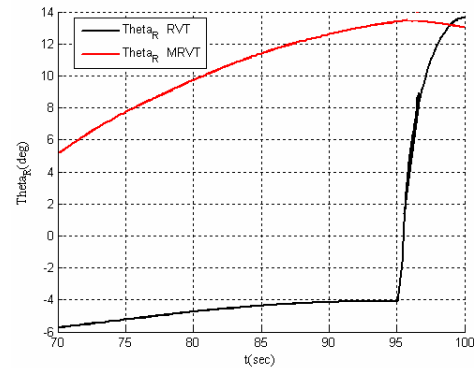
در صورتیکه از پروفیل تراست، زمان‌های سوئیچ و خاموشی نهایی موتور حالت قبل استفاده نمائیم، نتایج حاصل از شبیه‌سازی روش تعقیب سرعت لازمه اصلاح شده در اشکال ۱۵-۱۱ نشان داده شده است.



شکل (۱۱): موقعیت وسیله در صفحه X-Z دستگاه اینرسی

در روش MRVT

4. Pamadi, B.N., "Simple Guidance Method for Single Stage to Low Earth Orbit", J. Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 18, No. 6, 1995.
5. Roskam, J., "Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls", 1st Ed., 1979.
6. Siouris, G.M., "Missile Guidance and Control Systems", Springer-Verlage, New York, 2004.
7. Sidi, M., "Spacecraft Dynamic and Control", 1st Ed., Cambridge Univ. Press, 1997.
8. Jekili, C., "Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications", Walter de Gruyter, Berlin, 2001.
9. Titterton, D.H. and Weston, J.L., "Strap Down Inertial Navigation Technology", 2nd Ed., 2004.
10. Rogers, R.M., "Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems", 2nd Ed., AIAA, 2003.
11. Battin, R.H., "An Introduction to Mathematics and Methods of Astronautics", Education Series, AIAA, New York, 1987.
12. Cornelise, J.W., Schoyer, H.F.R. and Wakker, K.F., "Rocket Propulsion and Spacecraft Dynamics", Pitman Publications, London, 1979.
13. Curtis, H.D., "Orbital Mechanics for Engineering Student", 1st Ed., Elsevier, 2005.



شکل (۱۵): مقایسه فرامین زاویه ای در روش های RVT و MRVT

۴- نتیجه گیری

با انجام شبیه سازی برای روش های هدایتی تعقیب سرعت لازمه و تعقیب سرعت لازمه اصلاح شده مشاهده می شود که به دلیل اینکه تخمین مناسبی از موقعیت و سرعت وسیله در نزدیکی زمان خاموشی در روش تعقیب سرعت لازمه صورت نمی گیرد، شاهد تولید فرامین زاویه ای بزرگی در این برهه زمانی خواهیم بود که از نظر ملاحظات سازه ای و سیستم های کنترلی قابل قبول نخواهد بود. در صورتیکه در روش تعقیب سرعت لازمه اصلاح شده به دلیل اینکه از ابتدای سوئیچ نمودن به روش هدایتی مذکور موقعیت و سرعت وسیله در لحظه خاموشی از طریق محاسبه زمان نهایی اصابت به هدف بروز رسانی می گردد، رفتار فرامین زاویه ای مناسبتر خواهد بود.

در هریک از نمودارهای مبین فرامین زاویه ای در نزدیکی زمان خاموشی، شاهد رفتاری ناپیوسته خواهیم بود که این امر به دلیل ناپیوستگی موجود در پروفیل تراست بکار گرفته شده در این بازه زمانی است.

مراجع

1. Rishel, R.W., "Optimal Terminal Guidance of an Air-to-surface Missile". J. Spacecraft. Vol. 5, No. 6, 1986.
2. Lin, C.F. and Tsai, L.L., "Analytical Solution of Optimal Trajectory-shaping Guidance". J. Guidance. Vol. 10, No. 1, 1987.
3. Cho, H., Ryoo, C.K., and Tahk, M.J., "Implementation of Optimal Guidance Laws Using Predicted Missile Velocity Profiles". J. Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 4, 1999.