

## تولید شرایط مرزی ورودی برای رهیافت شبیه‌سازی گردابه بزرگ

محمد طیبی رهنی<sup>۱</sup> و سید روح‌اله قدسی<sup>۲</sup>

۱-۲- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، گروه مهندسی هوافضا

۱- دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا

### چکیده

گسترش روزافزون استفاده از رهیافت LES در حل جریان‌های مختلف سیالات باعث شده، که تحقیقات گسترده‌ای، روی این رهیافت و همچنین عوامل بهبود دهنده کارایی و دقت آن انجام شود. یکی از مواردی که در این زمینه بسیار مهم است و روی نتایج تأثیر مستقیم دارد، شرایط مرزی ورودی جریان است. کمیت‌های جریان ورودی شامل دو قسمت می‌شوند مقدار متوسط و اغتشاشی که تولید مقدار اغتشاشی دارای پیچیدگی‌های بسیاری بوده و به دقت بیشتری نیاز دارد. یکی از موارد کاربرد این موضوع در تولید مرز مشترک در رهیافت‌های ترکیبی LES/RANS است. هدف از این مقاله، مروری بر روش‌های مختلف مطرح شده در زمینه تولید شرایط مرزی ورودی جریان می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جریان آشفته، رهیافت LES، شرایط مرزی ورودی

## Generation of Inflow Condition for Large Eddy Simulation

M. Taiebi-Rahani<sup>1</sup> and S.R. Ghodsi<sup>2</sup>

1,2- Mech. and Aerospace Eng. Dept. Islamic Azad University, Science and Research Branch

2- Aerospace Eng. Dept., Sharif Univ. Tech.

### ABSTRACT

The progressive development of LES approach in prediction of different fluid problems has resulted in widespread studies about LES and the effective parameters on its efficiency and accuracy. One important issue is boundary condition and particularly the inflow condition which directly affects the LES results. The inflow quantity consists of two parts: mean and fluctuations. Prediction of fluctuations is rather a serious challenge and needs more attention. One important usage of this subject is in generating the interface for a hybrid LES/RANS approach. The aim of this paper is to compose different methods in generating the inlet boundary conditions.

**Key Words:** Turbulent Flow, Large Eddy Simulation, Inflow Boundary Condition

<sup>۱</sup> استاد: Taiebi@sharif.edu

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری (نویسنده پاسخگو): Roholahghodsi@gmail.com

## ۱- مقدمه

در مدل‌های مختلف RANS سعی بر آن است که تنش‌های رینولدز به کمیت‌های میانگین‌گیری شده جریان مانند انرژی جنبشی آشفتگی و یانرخ اضمحلال مرتبط گردد و یا معادلات انتقال برای تنش‌های رینولدز حل شود. مقادیر متوسط سرعت و کمیت‌های آشفتگی مانند انرژی جنبشی آشفتگی، تنسور تنش‌های رینولدز و یا نرخ اضمحلال را می‌توان از نتایج کارهای تجربی و یا عددی معتبر بدست آورد.

یک راهکار برای کاهش تأثیر شرایط مرزی بر روند حل مسئله و نتایج آن، دور کردن مرزهای سیستم از محل مورد نظر می‌باشد، به طوری که دیگر تغییرات کوچک در شرایط مرزی تأثیر مهمی بر دامنه حل نداشته باشد. مشکل اساسی که این راهکار با آن مواجه است، افزایش قابل توجه حجم محاسبات می‌باشد. البته علاوه بر آن، استفاده از این روش در همه‌جا امکان پذیر نیست (مانند جریان‌های داخل محیط‌های بسته) و یا اینکه تأثیر زیادی بر کاهش اثرات مرزها ندارد (مانند جریان‌های بسیار پیچیده).

یک روش دیگر، که البته استفاده از آن بسیار محدود می‌باشد، شرایط مرزی پرپودیک است. از این روش فقط در مواردی می‌توان استفاده کرد که تغییرات مقادیر متوسط در جهت عمود به مرز پرپودیک در مقایسه با تغییرات در جهت‌های موازی با آن بسیار کم و ناچیز باشد، مانند جریان داخل کانال [۲]. اسپالارت در سال ۱۹۸۶ برای حل جریان چاه<sup>۱</sup> بوسیله رهیافت DNS از شرایط مرزی پرپودیک استفاده نمود [۳]. لوند و همکارانش از این ایده استفاده نمودند و یک شبیه‌سازی کمکی را مطرح نمودند، که در آن شرایط مرزی ورودی با استفاده از بازمقیاس نمودن (بازمقیاسی<sup>۲</sup>) میدان سرعت در پایین‌دست جریان بدست می‌آید [۴]. نمونه‌ای از کاربرد این روش، حل جریان داخل نازل می‌باشد که در آن نسبت طول به قطر بسیار زیاد است و می‌توان آن را به جریان داخل کانال تشبیه کرد و به این دلیل از شبیه‌سازی جریان کانال برای شرایط مرزی استفاده نمود. با وجود اینکه نتایج بدست آمده از این روش امیدوار

بدلیل پیشرفت‌های صورت گرفته در زمینه رایانه و بالا رفتن قدرت محاسباتی، استفاده از روش‌های محاسباتی دقیق‌تر و قوی‌تر با حجم محاسباتی بیشتر به صورت روزافزونی در حال افزایش است. رهیافت‌های DNS و LES، دو نمونه از این روش‌ها هستند که استفاده از آنها برای حل مسائل پیچیده سیالاتی در حال زیاد شدن است. در چندین سال اخیر (دهه گذشته) مسائلی که بوسیله LES حل می‌شدند، عمدتاً دارای هندسه ساده بودند و جریان‌های آنها در طول زمان تغییر می‌کرد. ولی با افزایش قدرت محاسباتی، امروزه مسائل پیچیده‌تری که ساختارهای جریان در آنها علاوه بر زمان در مکان نیز توسعه می‌یابند بوسیله این رهیافت محاسبه می‌شوند [۱].

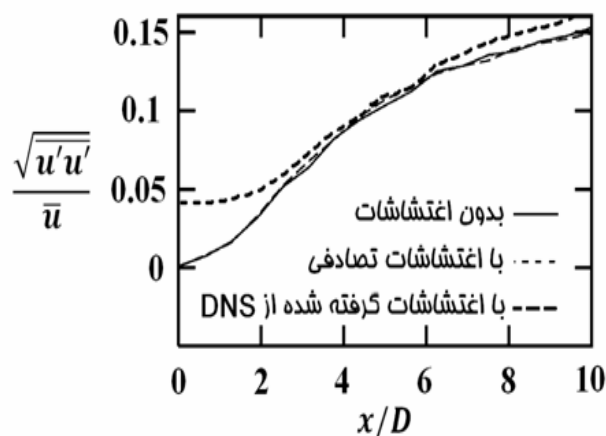
در تمام روش‌های عددی برای حل جریان سیال، تعیین شرایط مرزی یکی از مهمترین موضوعاتی است که نباید فراموش گردد. یکی از این شرایط، شرط مرزی ورودی جریان است که از نقطه نظر ریاضی، برای آنکه جواب معادلات مشتقات جزئی یکه و دقیق باشد، می‌بایست به طور صحیح و دقیق مشخص گردد. دلیل اهمیت شرایط ورودی دقیق برای حل مسائل سیالاتی بوسیله رهیافت‌هایی مانند LES، این است که نتایج بدست آمده از این رهیافت‌ها بسیار وابسته به پروفیل‌های سرعت لحظه‌ای در ورودی جریان هستند. یافتن شرایط ورودی جریان به طور کامل و دقیق ممکن نیست و می‌بایست به گونه‌ای به صورت مصنوعی به مقدار واقعی آن نزدیک شد تا بتوان نتایج معقولی بدست آورد.

در رهیافت LES، کمیت‌های فیلتر شده مکانی به معادلات افزوده می‌شوند تا ساختارهای کوچکتر از پهنای شبکه برای مدل کردن جدا شوند، و سایر ساختارها شامل اغتشاشات به طور مستقیم حل می‌شوند. بنابراین در LES اغتشاشات آشفتگی از اهمیت زیادی برخوردار هستند.

در سوی دیگر، در رهیافت RANS، اطلاعات اغتشاشات فقط در تنش‌های رینولدز خلاصه می‌شود.

<sup>1</sup> Sink Flow

<sup>2</sup> Rescaling



شکل (۱): مقایسه تنش رینولدز در سه حالت مختلف تولید شرایط ورودی: (۱) مقدار متوسط اغتشاشات، (۲) مقدار متوسط بعلاوه اغتشاشات تصادفی و (۳) مقدار متوسط بعلاوه اغتشاشات گرفته شده از حل NS [۱۷].

نتایج تجربی به همراه اغتشاشات گرفته شده از یک بانک اطلاعاتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای تهیه این بانک اطلاعاتی، از نتایج تجربی و یا حل‌های عددی مشابه معتبر، مانند LES و DNS، استفاده می‌شود.

در روش بازمقیاسی، جریان آشفته برشی با یک ناحیه بافر نسبتاً کوچک در ورودی ایجاد می‌شود که باعث نزدیک شدن نتایج به واقعیت می‌شود. روش بازگردانی در ابتدا بوسیله اسپالارت معرفی شد [۲]. در این روش، مقادیر لحظه‌ای گرفته شده از یک محل مشخص برای جریان ورودی دوباره مقیاس‌گذاری (بازمقیاسی) می‌شود. در صورتیکه برای بازمقیاسی از داده‌های پایین دست جریان که از محل مورد نظر حل دور هستند استفاده شود، ممکن است اصطکاک سطحی در زمان کاهش یابد و تولید جریان ورودی مورد نیاز با مشکل مواجه شود.

نقطه ضعف روش بازمقیاسی این است که اگر شرایط ورودی اولیه دقیق نباشد، بسیار مشکل می‌تواند سریعاً آشفتگی صحیحی در پایین دست جریان برای استفاده در بازگردانی تولید کرد و هرچه فاصله این شرایط اولیه از واقعیت بیشتر باشد، این کار مشکل‌تر خواهد شد. اگر شرایط اولیه به خوبی اعمال شده باشد، ممکن است تنش رینولدز کاهش یابد و این کار را برای بازمقیاسی استاندارد مشکل می‌سازد. از سوی دیگر، ادی‌های بزرگ نیز به درستی

کننده بوده است، استفاده از آن به هندسه‌های ساده محدود می‌شود.

از سوی دیگر، یکی از راهکارهای متعارف برای تولید شرایط ورودی جریان، افزودن اغتشاشات به کمیت‌های متوسط می‌باشد. این راهکار را می‌توان به سه گروه تقسیم بندی کرد، که عبارتند از: الف) روش اغتشاشات تصادفی، ب) روش بانک اطلاعاتی تطبیقی<sup>۱</sup> و ج) روش بازگردانی<sup>۲</sup> و بازمقیاسی [۵]. تفاوت این روش‌ها در نحوه برخورد با مقادیر متوسط و اغتشاشی در جریان می‌باشد. کلین و همکارانش نشان دادند که روش افزودن اغتشاشات تصادفی در شرایطی که انرژی اغتشاشات تصادفی به طور یکسان بین تمام طیف عدم‌موج توزیع می‌شود کارایی زیادی ندارد [۶]. در شکل ۱، مشخص است که بین حالتی که اغتشاشات افزوده شده و حالتی که این کار انجام نشده است تفاوت زیادی نیست. دلیل این امر کمبود انرژی در عدد موج‌های پایین است که باعث می‌شود اغتشاشات تصادفی سریعاً میرا شوند و در نتیجه جریان ورودی تبدیل به یک جریان آرام شود. البته برای رفع این مشکل اقداماتی صورت گرفته است که در ادامه به آن پرداخته خواهد شد. در روش بانک اطلاعاتی تطبیقی، میدان متوسط جریان برگرفته از داده‌های رهیافت RANS و یا

<sup>1</sup> Matching Databank Method

<sup>2</sup> Recycling

در روش شبیه‌سازی عددی مستقیم<sup>۱</sup> شبکه‌بندی به حدی ریز است که این معادلات به همین صورت به طور مستقیم حل می‌شوند و تمامی مقیاس‌های جریان پوشش داده می‌شوند. ولی در رهیافت LES فقط مقیاس‌هایی از جریان که از پهنای شبکه بزرگتر هستند مورد حل قرار می‌گیرند و بقیه مدل می‌شوند.

معادلات رهیافت LES را می‌توان با افزودن کمیت‌های فیلترشده مکانی به معادلات (۱) و (۲) بدست آورد، که در نتیجه یک عبارت به معادله افزوده خواهد شد که تنش‌های زیر شبکه‌ای<sup>۲</sup> می‌باشند، و به صورت،

$$\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}, \quad (3)$$

تعریف می‌شوند [۱۳]. یکی از روش‌هایی که برای مدل نمودن تنش‌های زیر شبکه‌ای پیشنهاد شده است، مدل اسمگورینسکی است، که در آن لزجت آشفتگی متناسب با نرخ کرنش فرض می‌شود،

$$\nu_t = (C_S \Delta)^2 |S_{ij}|, \quad (4)$$

که در آن  $\Delta$  پهنای فیلتر و  $C_S$  ضریب مدل می‌باشد. ژرمانو به منظور یافتن مقدار ضریب  $C_S$  با استفاده از اطلاعات کمیت‌های حل شده جریان، پیشنهاد استفاده از یک فیلتر آزمایشی را داد، که اندازه آن از اندازه فیلتر LES بزرگتر است و به میدان سرعت که باید حل شود افزوده می‌شود. در نتیجه یک تنش جدید به نام تنش آزمایشی ایجاد می‌شود. حال با استفاده از این دو فیلتر مقدار ضریب  $C_S$  به عنوان تابعی از مکان و زمان تعریف می‌گردد.

### ۳- تولید اغتشاشات

به منظور آشنایی بیشتر با روش‌های مختلف تولید اغتشاشات، در اینجا بعضی از روش‌های مطرح شده در این زمینه که بیشتر مورد استفاده و توجه قرار گرفته‌اند شرح داده می‌شود.

#### ۳-۱- تولید اغتشاشات تصادفی

به منظور تولید اغتشاشات تصادفی در میدان سرعت، کریچنان در سال ۱۹۷۰ روشی را مطرح نمود که در آن از یک رابطه برحسب سینوس و کسینوس برای تولید

تشکیل نمی‌شوند و در نتیجه مقادیر متوسط نیز دارای خطا می‌شوند.

فرانته و الگوباشی [۷] از روش لوند [۴] در حل جریان بوسیله DNS استفاده نمودند و در آن برای اصلاح جریان در ناحیه باز مقیاسی از روش لی، معین و کیم [۸] بهره بردند.

همانطور که بیان شد، تولید شرایط مرزی ورودی واقعی هنوز دارای نقاط مبهم فراوانی است. امروزه، بدلیل افزایش روزافزون استفاده از روش ترکیبی LES/RANS، اهمیت این موضوع دوچندان شده است. در روش ترکیبی از RANS در کنار LES در نواحی ای که می‌تواند نتایج معقول بدهد استفاده می‌شود. نکته‌ای که در اینجا بسیار مهم است، ناحیه گذر از RANS به LES است. باتن و همکارانش تلاش نمودند که بتوانند با توجه به مقدار متوسط جریان و روشی که خود برای تولید اغتشاشات مطرح کرده بودند، برای ناحیه LES ورودی تولید نمایند [۹ و ۱۰].

اسپالارت نیز با مطرح نمودن روش ترکیبی DES سعی نمود تا مشکل تولید شرایط مرزی در ناحیه LES را حل نماید [۱۱ و ۱۲]. در حال حاضر روش DES توسط محققین زیادی در حال بررسی و توسعه می‌باشد و نتایج موفقیت‌آمیزی نیز در برداشته است.

### ۲- معادلات حاکم

در اینجا معادلات حاکم بر جریان سیال تراکم‌ناپذیر بیان می‌شود. معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

و معادله مومنتوم (ناویر-استوکس):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - g_i. \quad (2)$$

می‌باشند، که  $\rho$  چگالی و  $\mu$  لزجت مولکولی می‌باشد.

<sup>1</sup> Direct Numerical Simulation (DNS)

<sup>2</sup> Subgrid Scale Tensor (SGS)

با صفر و مقدار انحراف معیار برابر با ۱ می‌باشد. کمیت  $d_k^n$  مقادیر اعداد موج<sup>۴</sup> می‌باشد که برای محاسبه آنها نیز از توزیع نرمال استفاده می‌شود، با این تفاوت که در اینجا مقدار انحراف معیار، ۰.۵ در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از  $d_k^n$  مقدار اعداد موج اصلاح شده مورد استفاده در رابطه (۵) بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$\bar{d}_j^n = d_k^n \frac{V_b}{c^n}, \quad (10)$$

که مقدار کمیت  $c^n$  از رابطه (۷) و با استفاده از تنش‌های رینولدز به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$c^n = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{u_l u_m}{u_l u_m} \frac{d_l^n d_m^n}{d_k^n d_k^n}}. \quad (11)$$

### ۲-۳- محرک کنترل شده<sup>۵</sup>

روش محرک کنترل شده در ابتدا توسط کوهوف و کالتنباخ مطرح شد و هدف از آن افزودن یک جمله به معادله مومنوم عمود به دیواره می‌باشد که بوسیله آن اغتشاشات سرعت در جهت عمود به دیواره تقویت گردد [۱۷]. بوسیله این محرک کنترل شده، سعی بر آن است که روی رفتارهایی از جریان که بر تنش برشی رینولدز  $\overline{u'v'}$  موثر هستند، تأثیر گذاشته شود.

برای کنترل دامنه محرک از یک کمیت بر اساس خطای موجود در تنش برشی رینولدز:

$$e(y, t) = \overline{u'v'}^*(x_0, y) - \overline{u'v'}^{\tau, t}(x_0, y, t), \quad (12)$$

استفاده می‌شود، که در آن،  $\overline{u'v'}^*$  مقدار تنش برشی رینولدز دارای خطا در سطوح کنترلی (نشان داده شده در شکل ۲) است و  $\overline{u'v'}^{\tau, t}$  مقدار صحیح تنش برشی رینولدز بدست آمده از محاسبات قبلی است. حال با استفاده از این کمیت، می‌توان کمیت دیگری را به صورت نشان داده شده در رابطه (۱۳) بدست آورد که بوسیله آن واکنش محرک به تغییرات بسیار شدید و ناپایدار کننده سیستم را کاهش دهد.

$$r(y, t) = \alpha e(y, t) + \beta \int_0^t e(y, t') dt'. \quad (13)$$

اغتشاشات استفاده می‌شد [۱۴]. در سال ۲۰۰۰، اسمیرنوف در این روش اصلاحاتی اعمال نمود تا بتواند نتایج بهتری از آن بگیرد [۱۵]. هدف از این روش، تولید یک میدان سرعت سه‌بعدی ناپایا در ورودی دامنه حل است. در ابتدا از رابطه (۵) برای تولید یک میدان سرعت واسطه استفاده می‌شود.

$$v_i(x_j, t) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^N [p_i^n \cos(\bar{d}_j^n x_j^n + \omega^n t) + q_i^n \sin(\bar{d}_j^n x_j^n + \omega^n t)]. \quad (5)$$

در این رابطه،  $x_j^n$  و  $\bar{t}$  مختصات مکانی و زمانی جدید می‌باشند که با استفاده از مقیاس طولی و مکانی جریان آشفته به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$\bar{t} = \frac{2\pi t}{\tau_b}, \quad \tau_b = \frac{k}{\varepsilon}, \quad (6)$$

$$x_j^n = \frac{2\pi x_j}{\ell_b}, \quad \ell_b = \frac{\tau_b}{V_b}, \quad (7)$$

که  $V_b$  مقیاس سرعت بوده و مقدار آن برابر  $\sqrt{k}$  می‌باشد. پارامتر دیگری که در رابطه (۵) مورد استفاده قرار گرفته است، فرکانس‌های تصادفی  $\omega^n$  می‌باشد، که برای محاسبه آنها از توزیع نرمال<sup>۱</sup> استفاده می‌شود، بطوریکه:

$$\omega^n = N(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (8)$$

که در آن،  $\mu$  مقدار متوسط<sup>۲</sup> و  $\sigma$  انحراف معیار<sup>۳</sup> می‌باشند. در مراجع [۹] و [۱۶] مقدار این دو پارامتر برابر با یک در نظر گرفته شده است. از سوی دیگر دامنه‌های نوسان از روابط زیر بدست می‌آید:

$$p_i^n = \varepsilon_{ijk} \zeta_j^n d_k^n, \quad (9)$$

$$q_i^n = \varepsilon_{ijk} \xi_j^n d_k^n,$$

بدست می‌آیند. در اینجا دو پارامتر  $\zeta_j^n$  و  $\xi_j^n$  با استفاده از توزیع نرمالی محاسبه می‌شود که در آن مقدار متوسط برابر

<sup>1</sup> Normal Distribution

<sup>2</sup> Mean

<sup>3</sup> Standard Deviation

<sup>4</sup> Wavenumbers

<sup>5</sup> Controlled Forcing

۲۰۰۳ و میر و همکارانش در سال ۲۰۰۶ مورد استفاده قرار گرفت [۶، ۱۸ و ۱۹].

یک روش معمول برای ایجاد اغتشاشات مصنوعی در ورودی جریان، تولید یک سیگنال سرعت است که دارای خصوصیات آماری مورد نیاز باشد. برای تولید این سیگنال می‌توان از داده‌های تجربی مانند مقادیر متوسط، تنش‌های رینولدز، مومنتوم‌های مرتبه بالاتر، طیف انرژی، همبستگی‌های دو نقطه‌ای سرعت و مقیاس‌های مختلف مکانی و زمانی استفاده نمود. برای انجام این کار دو روش وجود دارد.

روش اول این است که برای هر مؤلفه سرعت یک سیگنال سه‌بعدی موقتی،  $H_i$  که دارای خواص مورد نیاز است بوسیله کمیت آماری دو نقطه‌ای تولید شود. اگر فقط اطلاعات مربوط به جریان آشفته ایزوتروپیک همگن مدنظر باشد، این سیگنال تمامی چیزی است که ما به آن نیاز داریم. این روش بر اساس معکوس تبدیل فوریه بوسیله لی و همکارانش مطرح شد [۲۰] و سپس توسط کلین و همکارانش توسعه داده شد [۶]. مبنای این روش بدست آوردن اطلاعات آماری از نتایج تجربی و یا تخمین‌هایی بر پایه استدلال قوی است. کمیت‌های مناسب برای جمع‌آوری این اطلاعات آماری، می‌توانند تنش رینولدز و مقیاس طولی بدست آمده از توابع همبستگی دو نقطه‌ای سرعت باشند

به منظور تولید همبستگی دو نقطه‌ای، اگر فرض کنیم  $r_m$  یک سری از داده‌های تصادفی با متوسط صفر و انحراف معیار یک باشد، سپس کمیت

$$u_m = \sum_{n=-N}^N (b_n r_{m+n}) \quad (15)$$

به عنوان یک فیلتر دیجیتال خطی تعریف می‌شود که در آن، ضرایب  $b_n$  جزئیات فیلتر می‌باشد. جزئیات بیشتر در زمینه محاسبه ضرایب  $b_n$  در مرجع [۲۱] بیان شده است. بدلیل آنکه  $r_m r_n$  برابر با صفر است، می‌توان نشان داد که:

$$\frac{u_m u_{m+k}}{u_m u_m} = \frac{\sum_{j=-N+k}^N (b_j b_{j-k})}{\sum_{j=-N}^N b_j^2}, \quad (16)$$

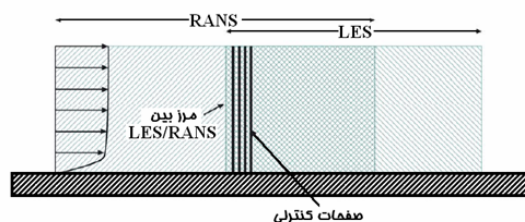
و بوسیله آن می‌توان ارتباط بین ضرایب فیلتر و تابع همبستگی دو نقطه‌ای سرعت را بدست آورد. در روش دوم، در صورتیکه جریان آشفته غیرایزوتروپیک باشد، باید  $H_i$  به گونه‌ای تعریف گردد که،

ضرائب  $\alpha$  و  $\beta$  به گونه‌ای تعیین می‌شوند که باعث کاهش سریعتر میزان خطا شوند، بدون آنکه ناپایداری ایجاد نمایند. در مرجع [۱۶] مقدار  $\alpha$  برابر با یک و مقدار  $\beta$  برابر ۳۰ در نظر گرفته شده است. در صورتیکه در مرجع [۱۷] هر دوی این ضرائب برابر با یک فرض شده‌اند. در نهایت کمیت محرک کنترل شده به صورت،

$$f(x_0, y, z, t) = r(y, t)[u(x_0, y, z, t) - \bar{u}(x_0, y)], \quad (14)$$

تعریف می‌شود. منظور از  $x_0$  همان مرز جداکننده دو ناحیه LES و RANS است که باید شرایط مرزی ورودی در آن ساخته شود.

کیتینگ و همکارانش برای تولید شرایط جریان ورودی ناحیه LES در رهیافت ترکیبی، از روش تولید اغتشاشات تصادفی استفاده نمودند [۱۶]. به دلیل آنکه مدل مورد استفاده آنها در ناحیه RANS، مدل اسپالارت-آمارس بوده، می‌بایست مقادیر  $k$  و  $\varepsilon$  را به طور جداگانه محاسبه می‌کردند. بدین منظور، آنها از رابطه بین انرژی جنبشی آشفته‌گی و تنش‌های رینولدز استفاده نمودند. از سوی دیگر، تعداد مود،  $N$ ، که آنها برای محاسبات خود در نظر گرفتند برابر با ۲۰۰ بود تا مطمئن شوند که نتایج بدست آمده مستقل از تعداد مود می‌باشد.



شکل (۲): مرز مشترک بین دو ناحیه LES و RANS و صفحات کنترلی [۲۱].

### ۳-۳- تولید اغتشاشات با استفاده از فیلترهای دیجیتال<sup>۱</sup>

این روش در سال ۲۰۰۳، توسط کلین و همکارانش مطرح شد و سپس توسط افراد دیگری مانند گلیر و فرانکل در سال

<sup>۱</sup> Digital Filters

$$\sum_{n=0}^{N-1} E(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |U_n|^2 \quad (23)$$

در نتیجه، یک رابطه به صورت (۲۴) بین مقدار مطلق  $U_n$  و طیف انرژی بوجود می‌آید که:

$$|U_n| \sim \sqrt{E(n)} \quad (24)$$

در نهایت معکوس تبدیل فوریه یک سیگنال می‌دهد که توزیع انرژی آن به واقعیت نزدیکتر می‌باشد. البته باید توجه داشت که این روابط برای حالت یک بعدی بیان شده‌اند و برای حالت واقعی باید به شکل سه‌بعدی تبدیل شوند. یکی از تحقیقاتی که با استفاده از این روش انجام گرفته است، حل جریان جت آشفته بوسیله DNS است [۲۲].

### ۳-۵- تولید اغتشاشات به روش بازگردانی و بازمقیاسی

سرعت انتقال ساختارهای آشفتگی در لایه مرزی آشفته با گرادین فشار صفر نسبت به فاصله از دیواره تغییر می‌کند و این سرعت متناسب است با سرعت جریان. بنابراین، برای ساختارهای سیال که بوسیله شرایط ورودی ساخته می‌شوند زمانی طول می‌کشد که به محل سطح بازگردانی برسند. ساختارهایی که این چنین با استفاده از شرایط اولیه تولید می‌شوند، تمایل به مضمحل شدن دارند، ولی ساختارهایی که بوسیله شرایط ورودی بازمقیاس‌گذاری شده تولید می‌شوند، تعادل بین تولید آشفتگی و اضمحلال را نسبتاً بهتر برقرار می‌کنند و باعث می‌شوند پروفیل‌های متوسط جریان و تنش‌های رینولدز دقیقتر و پایدارتر باشند. از سوی دیگر، به منظور تشکیل هرچه دقیقتر لایه مرزی آشفتگی، محل سطح بازگردانی طبق رابطه‌ی (۲۵) به صورت دینامیکی تعیین می‌شود.

$$X_2 = X_1 + \min[(X_{tag} - X_1), (U_b \max(0, (t - t_0)))] \quad (25)$$

که در آن،  $X_2$  محل بازگردانی،  $X_{tag}$  محل بازگردانی در زمانی که تمام ناحیه محاسباتی بوسیله ساختارهای آشفتگی ناشی از شرایط اولیه اشغال شده باشد،  $X_1$  محل اولیه بازگردانی،  $t$  زمان بی‌بعد شده و  $U_b$  سرعت متوسط جریان

$$\overline{H_i} = 0, \quad \overline{H_i H_j} = \delta_{ij} \quad (17)$$

از سوی دیگر، برای بدست آوردن میدان سرعت اغتشاشی باید از تنسور تنش رینولدز استفاده نمود، به طوریکه

$$u_i' = R_{ii}^{1/2} H_i = a_{ij} H_j \quad (18)$$

در رابطه (۱۸) برای محاسبه مقدار اغتشاشی سیگنال سرعت  $H_i$  در یک تنسور ضرب شده است، که مقدار آن برابر است با:

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & 0 & 0 \\ \frac{R_{21}}{a_{11}} & \sqrt{R_{22} - a_{21}^2} & 0 \\ \frac{R_{31}}{a_{11}} & \frac{R_{32} - a_{21}a_{31}}{a_{22}} & \sqrt{R_{33} - a_{31}^2 - a_{32}^2} \end{pmatrix} \quad (19)$$

کمیت‌های  $R_{ij}$  تنسورهای تنش رینولدز می‌باشند که فرض می‌شود مقادیر آنها با استفاده از نتایج تجربی و یا کارهای عددی معتبر مشخص شده است.

در نهایت با استفاده از مقدار متوسط و اغتشاشی، می‌توان مقدار سرعت در ورودی را به صورت عنوان شده در رابطه (۲۰) بدست آورد.

$$u_i = \overline{u_i} + a_{ij} H_j \quad (20)$$

### ۳-۴- تولید اغتشاشات بوسیله تبدیل فوریه

به منظور جلوگیری از افزودن انرژی زیاد به عدد موج‌های بالا، لی و همکارانش [۲۰] پیشنهاد کردند که از معکوس تبدیل فوریه استفاده شود تا یک طیف انرژی آشفتگی نزدیک به واقعیت تولید شود.

تبدیل فوریه یک سیگنال  $u_k$  در فضای فیزیکی به یک سیگنال  $U_n$  در فضای عدد موج، به صورت زیر می‌گیرد:

$$u_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left( U_n e^{\frac{2\pi i k n}{N}} \right) \quad (21)$$

که در آن،  $U_n$  اعداد مختلط می‌باشند، به طوریکه،

$$U_n = |U_n| \times e^{i\phi_n} \quad (22)$$

پارامتر  $\phi_i$  زاویه فاز<sup>۱</sup> است. انرژی سیگنال  $U_n$  عبارت است از:

<sup>۱</sup> Phase Angle

اعمال گردد. بدین منظور تحقیقات زیادی انجام گرفته است، ولی هنوز سئوالات فراوانی باقی مانده است. یکی از راهکارهای مطرح شده برای حل این مشکل، افزودن یک مقدار اغتشاشی به یک مقدار متوسط است که بوسیله آن بتوان ورودی جریان آشفته را به خوبی شبیه‌سازی نمود. به منظور تولید اغتشاشات، روش‌های مختلفی ارائه شده است که بعضی به صورت تصادفی و بعضی با استفاده از نتایج موجود قبلی سعی بر انجام این کار دارند. با وجود کارهای صورت گرفته، هنوز مقادیر اغتشاشی اعمال شده دارای کارایی خوبی نیستند و میزان خطای ناشی از آنها قابل توجه می‌باشد. بنابراین، این زمینه نیازمند تحقیقات گسترده‌تری می‌باشد.

#### مراجع

1. Keating, A., Piomelli, U., Balaras, E., and Kaltenbach, H., "A Priori and a Posteriori Tests of Inflow Conditions for Large-eddy Simulation", J. Physics of Fluids, Vol. 16, No.12, pp. 2696-4712, 2004.
2. Spalart, P., "Direct Numerical Simulation of a Turbulent Boundary Layer up to  $Re_\tau = 1410$ ", J. Fluid Mech., Vol.187, pp. 61-98, 1988.
3. Spalart, P., "Numerical Study of Sink-flow Boundary Layers", J. Fluid Mech., Vol.172, pp.307-328, 1986.
4. Lund, T., Wu, X., and Squires, D., "Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations", J. Comp. Phys., Vol. 140, pp. 233-258, 1998.
5. Liu, K. and Pletcher, R.H., "Inflow Conditions for the Large Eddy Simulation of Turbulent Boundary Layers: A Dynamic Recycling Procedure", J. Computational Physics, Vol. 219, No. 1, pp. 1-6, 2006.
6. Klein, M., Sadiki, A., and Janicka, J., "A Digital Filter Based Generation of Inflow Data for Spatially Developing Direct Numerical or Large Eddy Simulations", J. Comput. Phys., Vol. 186, No. 2, pp.652-665, 2003.
7. Ferrante, A. and Elghobashi, S.E., "A Robust Method for Generating Inflow Conditions for Direct Simulations of Spatially-developing Turbulent Boundary Layers", J. Comput. Phys., Vol.198, No. 1, pp. 372-396, 2004.
8. Le, H., Moin, P., and Kim, j., "Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Backward-facing Step", J. Fluid Mech., Vol. 330, pp. 349-362, 1997.

در لایه مرزی است. زمانی که جریان کاملاً آشفته شود، سطح بازگردانی باید ثابت گردد.

۳-۶- تولید اغتشاشات با استفاده از بانک اطلاعاتی تطبیقی برای انجام این کار، میدان متوسط جریان از داده‌های رهیافت RANS و یا نتایج تجربی به همراه اغتشاشات برگرفته از یک بانک اطلاعاتی به عنوان شرط مرزی در ورودی ناحیه LES مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این کار، به منظور بدست آوردن تغییرات زمانی حل RANS، مقادیر متوسط میدان جریان و همچنین مقدار آشفتگی در طی زمان تغییر می‌کند. برای ترکیب این دو مقدار، معادله (۲۶) پیشنهاد شده است.

$$u_{i,LES}(t) = \bar{u}_{i,RANS}(t) + \left[ u_{i,DB}(t) - \bar{u}_{i,DB} \right] \frac{\sqrt{u_{i,RANS}^2(t)}}{\sqrt{u_{i,DB}^2}} \quad (26)$$

در معادله (۲۶)، DB نشان دهنده بانک اطلاعاتی می‌باشد. با استفاده از  $\left[ u_{i,DB}(t) - \bar{u}_{i,DB} \right]$ ، مقدار سرعت اغتشاشی از داده‌های بانک اطلاعاتی بدست می‌آید (با کم کردن مقدار متوسط از مقدار کل). برای آنکه مقدار سرعت اغتشاشی بدست آمده تصحیح گردد، آن را در یک ضریب ضرب می‌کنند. مقدار  $\bar{u}_{i,RANS}^2(t)$  مشخص می‌باشد و از مدل‌سازی انجام شده در ناحیه RANS بدست می‌آید. در صورتی که معادله (۲۶) متوسط‌گیری شود، جمله دوم سمت راست معادله برابر صفر خواهد شد و معادله مذکور به صورت  $u_{i,LES}(t) = \bar{u}_{i,RANS}(t)$  در می‌آید.

بدلیل آنکه گام‌های زمانی در رهیافت RANS بسیار بزرگتر از گام‌های زمانی در رهیافت LES است، باید داده‌های بدست آمده از RANS در هر گام زمانی LES میان‌یابی شوند.

#### ۴- نتیجه گیری

همانطور که بیان شد، نتایج حاصل از حل LES بسیار به شرایط مرزی ورودی وابسته است و برای رسیدن به نتایج نزدیک به واقعیت، باید شرایط جریان ورودی به درستی



22. Stanley, S., Sarkar, S., and Mellado, J., "A Study of the Flow Field Evolution and Mixing in a Planar Turbulent Jet using Direct Numerical Simulations", *J. Fluid Mech.*, Vol. 450, pp. 377-407, 2002.
9. Batten, P., Goldberg, U., and Chakravarthy, S., "Interfacing Statistical Turbulence Closures with Large-eddy Simulation", *AIAA J.*, Vol. 42, No.3, pp. 485-492, 2004.
10. Batten, P., Goldberg, U., and Chakravarthy, S., "LNS—an Approach towards Embedded LES", *AIAA 2002-0427*, 2002.
11. Spalart, P., Jou, W.H., Strelets, M., and Allmaras, S.R., "Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach", C. Liu, Z. Liu (Eds), *First AFOSR Inte. Conf. on DNS/LES*, Ruston, in *Advances in DNS/LES*, Columbus, 1997.
12. Spalart, P., "Strategies for Turbulence Modeling and Simulations", *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 252-273, 2000.
13. Lesieur, M., Métais, O., and Comte, P., "Large-eddy Simulations of Turbulence", Cambridge Uni. Press, New York, 2005.
14. Kraichnan, R., "Diffusion by a Random Velocity Field", *J. Phys. Fluid*, Vol.13, No. 1, pp. 22-31, 1970.
15. Smirnov, A., Shi, S., and Celik, I., "Random Flow Simulations with a Bubble Dynamics Model", *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, No. 11215, Boston, 2000.
16. Keating, A., De Prisco, G., and Piomelli, U., "Interface Conditions for Hybrid RANS/LES Calculations", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 5, pp. 777-788, 2006.
17. Spille-Kohoff, A. and Kaltenbach, H.J. "Generation of Turbulent Inflow Data with a Prescribed Shear-Stress Profile", C. Liu, L. Sakell, T. Beutner (Eds.), *Third AFOSR Int. Conf. on DNS/LES*, DNS/LES Progress and Challenges, Greyden, Columbus, 2001.
18. Glaze D.J. and Frankel, S. "Stochastic Inlet Conditions for Large Eddy Simulation of a Fully-turbulent Jet", *AIAA J.*, Vol. 41, No. 6, pp. 1064-1078, 2003.
19. di Mare, L., Klein, M., Jones, W. P., and Janicka, J., "Synthetic Turbulence Inflow Conditions for Large-eddy Simulation", *Physics of Fluids*, Vol. 18, No. 2, 025107, 2006.
20. Lee, S., Lele, S.K., and Moin, P., "Simulation of Spatially Evolving Compressible Turbulence and the Application of Taylors Hypothesis", *Phys. Fluids A*, Vol. 4, pp. 1521-1539, 1992.
21. Jarrin, N., Benhamadouche, S., Laurence, D., and Prosser, R., "A Synthetic Eddy Method for Generating Inflow Conditions for Large-eddy Simulations", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 27, No. 4, pp. 585-593, 2006.